Diseño de un ranking relativo con indicadores multicriterio. Una aplicación al sector bancario español.

Victoriana Rubiales, Luisa Monroy, Amparo M. Mármol.

Universidad de Sevilla.

Abstract: En este trabajo proponemos un procedimiento novedoso para determinar un ranking global de un grupo de entidades. La información disponible sobre las entidades consiste en los valores de un conjunto de indicadores que tienen un carácter multidimensional. Este tipo de problema se presenta con frecuencia en situaciones en las que se dispone de la valoración de los indicadores en distintos escenarios, o en diferentes periodos de tiempo, o de la evaluación de diferentes agentes sobre el valor del indicador.

En la primera etapa del procedimiento, el tratamiento multicriterio nos permite mantener la naturaleza multidimensional de cada indicador y con ello evitar la posibilidad de que se pierda información relevante. Finalmente, obtenemos un ranking general que sintetiza la información mediante un método basado en distancias. La aplicabilidad del procedimiento propuesto se muestra con la obtención de un ranking en el sector bancario español a partir de un conjunto de indicadores económicos correspondientes a un grupo de entidades financieras representativas del sector.

Palabras Clave: Indicadores multicriterio; ranking relativo.

Diseño de un ranking relativo con indicadores multicriterio. Una aplicación al sector bancario español.

Victoriana Rubiales, Luisa Monroy, Amparo M. Mármol

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

DM GRUPO ESPAÑOL DE DECISIÓN MULTICRITERIO

Resumen

En este trabajo proponemos un procedimiento novedoso para determinar un ranking global de un grupo de entidades. La información disponible sobre las entidades consiste en los valores de un conjunto de indicadores que tienen un carácter multidimensional.

La aplicabilidad del procedimiento propuesto se muestra con la obtención de un ranking en el sector bancario español a partir de un conjunto de indicadores financieros de un grupo de entidades representativas del sector.

1 Modelo

- Entidades $E_i, i = 1, ..., I$.
- Indicadores $D^j \in \mathbb{R}^K, j = 1, ..., J$.
- Valoración de la entidad i, $V(i) = (v_k^j(i)) \in M_{K\times J}$
- $v_k^j(i)$: valoración de la entidad i con respecto a la componente k del indicador j.
- Ranking $R = (r_1, \dots, r_I)$.
- r_i: posición ordinal asignada a la entidad i o la media en caso de empate.

Para establecer el ranking se considera la contribución de la entidad i a la valoración global de todas las entidades, x_i.

$$X = \{(x_1, \dots, x_I) \in \mathbb{R}^I, \sum_{i=1}^I x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, I\}$$

Para cada $x \in X$,

- $V(x) = (v_k^j(x)) \in M_{K\times J}$ valoración global del conjunto de entidades respecto de todos los indicadores.
- $v_k^j(x) = \sum_{i=1}^I x_i v_k^j(i)$: la valoración global del conjunto de entidades respecto la componente k del indicador j.
- $min_k \{v_k^j(x)\}$ valoración mínima respecto del indicador j.

2 Determinación de contribuciones eficientes

Las contribuciones de las entidades que garantizan la valoración mínima respecto de todos los imdicadores son las soluciones eficientes del problema

$$\begin{array}{ll} "max" & min_k \{\sum_{i=1}^I x_i v_k^1(i)\}, \dots, min_k \{\sum_{i=1}^I x_i v_k^J(i)\} \\ s.a.: & x \in X \end{array} \qquad (1)$$

Problema lineal multiobjetivo equivalente

$$\begin{array}{ll} "max" & z^1, \dots, z^J \\ s.a.: & \sum_{i=1}^I x_i v_k^j(i) \geq z^j, \forall j = 1, \dots, J \\ & x \in X \end{array} \qquad (2)$$

Incorporación de información parcial sobre la importancia de las valoraciones mínimas

- Conjunto de información: $\Lambda \subseteq \{\lambda \in \mathbb{R}^J, \lambda \geq 0, \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1\}$
- λ_j la importancia relativa asignada a las valoraciones mínimas.
- L: Matriz de puntos extremos de Λ.

Para todo $\lambda \in \Lambda$

$$\begin{array}{ll} max & \sum_{j=1}^J \lambda_j z^j \\ s.a.: & \sum_{i=1}^I x_i v_k^j(i) \geq z^j, j = 1, ..., J \\ & x \in X \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{ll} "max" & L^t z \\ s.a.: & \sum_{i=1}^I x_i v_k^j(i) \geq z^j, j = 1, ..., J \\ & x \in X \end{array}$$

Cada punto extremo eficiente, $P^s, s \in \{1, \dots, S\}$, proporciona un vector de contribuciones eficientes de las entidades a la valoración máxima global acorde con esta información.

3 Construcción del ranking relativo

1. Obtención de un vector de contribucciones representativo Se determina el vector de contribuciones, $x \in X$, que minimiza la máxima distancia a las contribuciones eficientes de las entidades.

$$min_{x\in X} \quad max_{s\in S} \{\sum_{i=1}^I |P_i^s - x_i|\} \quad \Rightarrow x^* \text{ solución óptima}$$

2. Obtención del ranking $R = (r_1, \dots, r_I)$, a partir de x^*

H: número de componentes distintas de x^*.
$a \in \mathbb{R}^H$: vector de las componentes distintas de x^* en orden decreciente.
$A^h = \{i \in \{1, \dots, I\}, x_i^* = a_h\}, h = 1, \dots, H$ y $c(A^h)$ cardinal de A^h.

- Si $H = I$, es decir, $x_i^* \neq x_j^*, i \neq j$ entonces $a \in \mathbb{R}^H$ proporciona R.
- Si $H = 1$, es decir, $x_i^* = x_j^*, \forall i, j$, entonces todas las entidades estarían empatadas en la misma posición.
- Si $H \neq I, 1$, sea $\underline{r}^h = 1 + \sum_{l=1}^{h-1} c(A^l)$ y $\overline{r}^h = I - \sum_{l=h+1}^{H} c(A^l)$, entonces para $i \in A^h$

$$\underline{r}^h \leq r_i \leq \overline{r}^h \qquad (3)$$

  - Si $c(A^h) = 1$ la expresión (3) determina la posición exacta de la entidad i.
  - Si $c(A^h) > 1$ la expresión (3) indica entre que posiciones relativas se encuentran las entidades contenidas en la categoría A^h.
  - Repetimos el procedimiento en A^h.
    Vector de contribuciones representativo para las entidades en A^h, $x^*(A^h)$.
    - $H(A^h)$: número de componentes distintas de $x^*(A^h)$.
    - $A^{h,p}, p = 1, \dots, H(A^h)$ subcategorías de A^h.
    - $\forall i \in A^{h,p}, \quad \underline{r}^h + \sum_{l=1}^{p-1} c(A^{h,l}) \leq r_i \leq \overline{r}^h - \sum_{l=p+1}^{H(A^h)} c(A^{h,l})$

El proceso se repite hasta completar el ranking de las entidades.

4 Ranking de bancos españoles

Indicadores	ROE			Cobertura			CET1		
Bancos	2013	2014	2015	2013	2014	2015	2013	2014	2015
Bankia	3.8	6.6	9	56.5	57.6	60	10.4	11.6	13
Bankinter	5.9	8.3	10.9	42.0	42.7	42	12.0	11.9	11.8
BBVA	5	5.6	5.3	60	64	74	11.6	11.9	12.1
CaixaBank	1.4	2.7	3.4	61	55	56	11.8	13	12.9
Popular	2.3	2.6	0.8	40.2	41.4	42.5	11.2	11.5	13.1
Sabadell	1.6	3.7	6.3	50.1	49.4	53.6	11.7	11.7	11.5
Santander	5.8	7.7	6.6	64.9	67.2	73.1	12.6	12.2	12.6

Conjunto de información	Matriz de puntos extremos
$\Lambda = \{\lambda \in \mathbb{R}^3, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3, \lambda_j \geq 0, \sum_{j=1}^3 \lambda_j = 1\}$	$L = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Problema multiobjetivo con información

$$\begin{array}{ll} "max" & \{z^1, \frac{z^1+z^2}{2}, \frac{z^1+z^2+z^3}{3}\} \\ s.t.: & 0{,}038x_1 + 0{,}059x_2 + 0{,}05x_3 + 0{,}014x_4 + 0{,}023x_5 + 0{,}016x_6 + 0{,}058x_7 \geq z^1 \\ & 0{,}066x_1 + 0{,}083x_2 + 0{,}056x_3 + 0{,}027x_4 + 0{,}026x_5 + 0{,}037x_6 + 0{,}077x_7 \geq z^1 \\ & 0{,}09x_1 + 0{,}109x_2 + 0{,}053x_3 + 0{,}034x_4 + 0{,}008x_5 + 0{,}063x_6 + 0{,}066x_7 \geq z^1 \\ & 0{,}565x_1 + 0{,}420x_2 + 0{,}60x_3 + 0{,}61x_4 + 0{,}402x_5 + 0{,}501x_6 + 0{,}649x_7 \geq z^2 \\ & 0{,}576x_1 + 0{,}427x_2 + 0{,}64x_3 + 0{,}55x_4 + 0{,}414x_5 + 0{,}494x_6 + 0{,}672x_7 \geq z^2 \\ & 0{,}60x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}74x_3 + 0{,}56x_4 + 0{,}425x_5 + 0{,}536x_6 + 0{,}731x_7 \geq z^2 \\ & 0{,}104x_1 + 0{,}120x_2 + 0{,}116x_3 + 0{,}118x_4 + 0{,}112x_5 + 0{,}117x_6 + 0{,}126x_7 \geq z^3 \\ & 0{,}116x_1 + 0{,}119x_2 + 0{,}119x_3 + 0{,}13x_4 + 0{,}115x_5 + 0{,}117x_6 + 0{,}122x_7 \geq z^3 \\ & 0{,}13x_1 + 0{,}118x_2 + 0{,}121x_3 + 0{,}129x_4 + 0{,}131x_5 + 0{,}115x_6 + 0{,}126x_7 \geq z^3 \\ & \sum_{i=1}^7 x_i = 1, \; x_i \geq 0, \; i = 1, \dots, 7. \end{array}$$

Puntos extremos eficientes:

$$P^1 = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) \quad P^2 = (0, 0{,}820513, 0, 0, 0, 0, 0{,}179487)$$
$$P^3 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1) \quad P^4 = (0, 0{,}995146, 0, 0, 0, 0, 0{,}004854)$$

Vector de contribuciones representativo

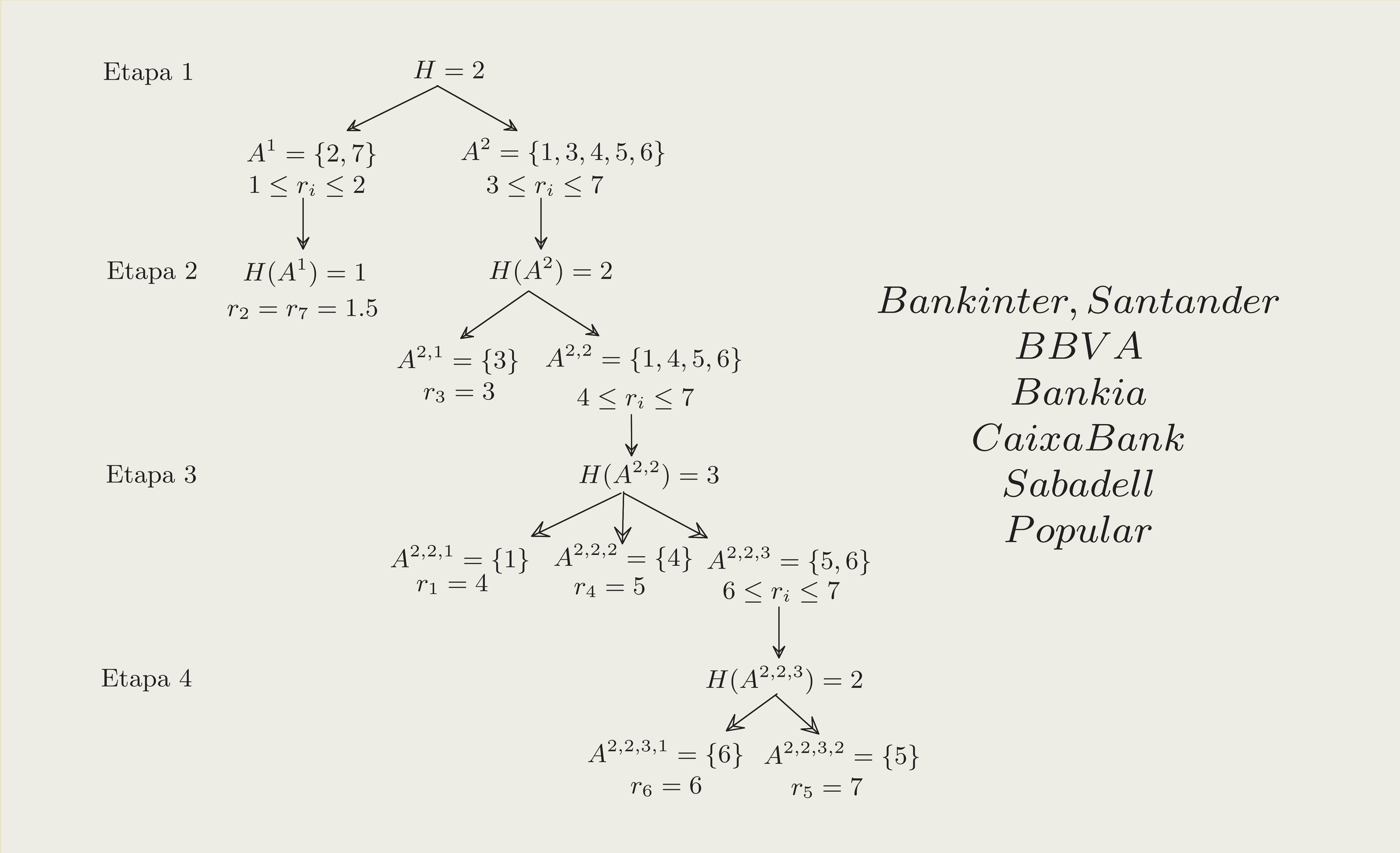
$$\begin{array}{ll} min & max_{1\leq s\leq 4} \{\sum_{i=1}^7 |P_i^s - x_i|\} \\ s.a. & \sum_{i=1}^7 x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, 7 \end{array}$$

Equivalentemente

$$\begin{array}{ll} min & t \\ s.a. & \sum_{i=1}^7 (\alpha_{ki} + \beta_{ki}) \leq t, \; k = 1, 2, 3 \\ & P_i^s - x_i + \alpha_{si} - \beta_{si} = 0, \; s = 1, \dots, 4, i = 1, \dots, 7 \\ & \sum_{i=1}^7 x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, 7 \end{array}$$

Solución óptima: $x^*(I) = (0, 0{,}5, 0, 0, 0, 0, 0{,}5)$.

Obtención del ranking $R = (r_1, \dots, r_7)$ a partir de $x^*(I)$



Ranking con distintos conjuntos de información

Ranking			
$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ $\lambda_1 \geq \lambda_3 \geq \lambda_2$	$\lambda_2 \geq \lambda_1 \geq \lambda_3$ $\lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_1$	$\lambda_3 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2$	$\lambda_3 \geq \lambda_2 \geq \lambda_1$
Bankinter, Santander BBVA Bankia CaixaBank Sabadell Popular	Santander BBVA CaixaBank Bankia Sabadell Bankinter Popular	Santander CaixaBank BBVA, Bankinter Bankia Sabadell Popular	Santander CaixaBank BBVA Bankinter Bankia Sabadell Popular

Trabajos relacionados

Contreras I., Hinojosa M.A., Mármol A.M. (2011). Ranking alternatives in group decision-making with partial information: a stable approach. Studies in Fuzziness and Soft Computing 267, 41-52.

González-Pachón J., Romero C. (1999). Distance-based consensus methods: a goal programming approach. Omega 27, 341-347.

Esta investigación está parcialmente financiada por el proyecto ECO2015-68856-P del Ministerio de Economía y Competitividad de España.